進学塾ビッグバン
BIG BANG

解答速報　数学

2016年度　日本医科大学　一般入学試験

[Ⅰ]

問１　(1)　$\sqrt{6}$　　(2)　45°　　(3)　$\sqrt{2}$　　(4)　$\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{5-2\sqrt{3}})$

問２　(1)　3360　　(2)　550

問３　(1)　$\pm 2\sqrt{3}$　　(2)　$\frac{2\sqrt{3}}{5}$

[Ⅱ]

問１　$f'(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)e^{-x^2}+\frac{1}{2}e^{-1}$

問２　$f(x) \geqq g(x)$（等号成立は $x=1$）

問３　解答参照

[Ⅲ]

問１　$y=\frac{4t-2}{5}x+\frac{1}{5}t^2+\frac{2}{5}t$　$(t-5 \leqq x \leqq t)$

問２　解答参照

[Ⅱ] 問３

$h(x)=f(x)-g(x)$ とおくと、(1), (2) より、

$$h'(x)=\frac{1}{2}\left(e^{-1}-e^{-x^2}\right)$$

であるから、

$$h'(\sqrt{2})=\frac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})$$

よって、直線の方程式は、

$$y=\frac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})(x-1)$$

(2) より $h(\sqrt{2})>0$ であるから、

$$f(\sqrt{2})-g(\sqrt{2})>0$$

$$f(\sqrt{2})>\frac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})>\frac{1}{2}(0.367-0.136)=0.1155>0.115 \quad \cdots ①$$

また、

$$h''(x)=xe^{-x^2}>0$$

より $y=h(x)$ は下に凸であることと、(2) より、

$$h(\sqrt{2})<\frac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})(\sqrt{2}-1)$$

したがって、

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2}) &< \frac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})(\sqrt{2}-1)+g(\sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(e^{-1}-e^{-2}) \\ &< \frac{1.415}{2}(0.368-0.135)=0.1648475<0.165 \quad \cdots ② \end{aligned}$$

①, ② より、

$$0.115<f(\sqrt{2})<0.165$$

[Ⅲ]

問１　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\begin{pmatrix}-5\\-4t+2\end{pmatrix}$ より、

直線PQの方程式は、

$$(-4t+2)x+5(y-t^2)=0$$

$$(-4t+2)x+5y-t^2-2t=0 \quad (t-5 \leqq x \leqq t) \quad \cdots \quad ① \qquad （答）$$

問２　点（x, y）が線分PQが通過する範囲 D に含まれる

$\Longleftrightarrow$ t の方程式①を満たす t が少なくとも１つ存在する

①は、

$$t^2+2(2x+1)t-2x-5y=0 \quad \cdots \quad ②$$

これが少なくとも１つの実数解をもつので、②の判別式より

$$(\text{判別式})=(2x+1)^2+2x+5y \geqq 0$$

$$\therefore \quad y \geqq -\frac{4}{5}x^2-\frac{6}{5}x-\frac{1}{5} \quad \cdots \quad ③$$

②をみたす t が２解とも、$1 \leqq t \leqq 3$ にあるとき、②の左辺を $f(t)$ とすると、

（軸）$1 \leqq -2x-1 \leqq 3$　より　$-2 \leqq x \leqq -1$　$\cdots$　④

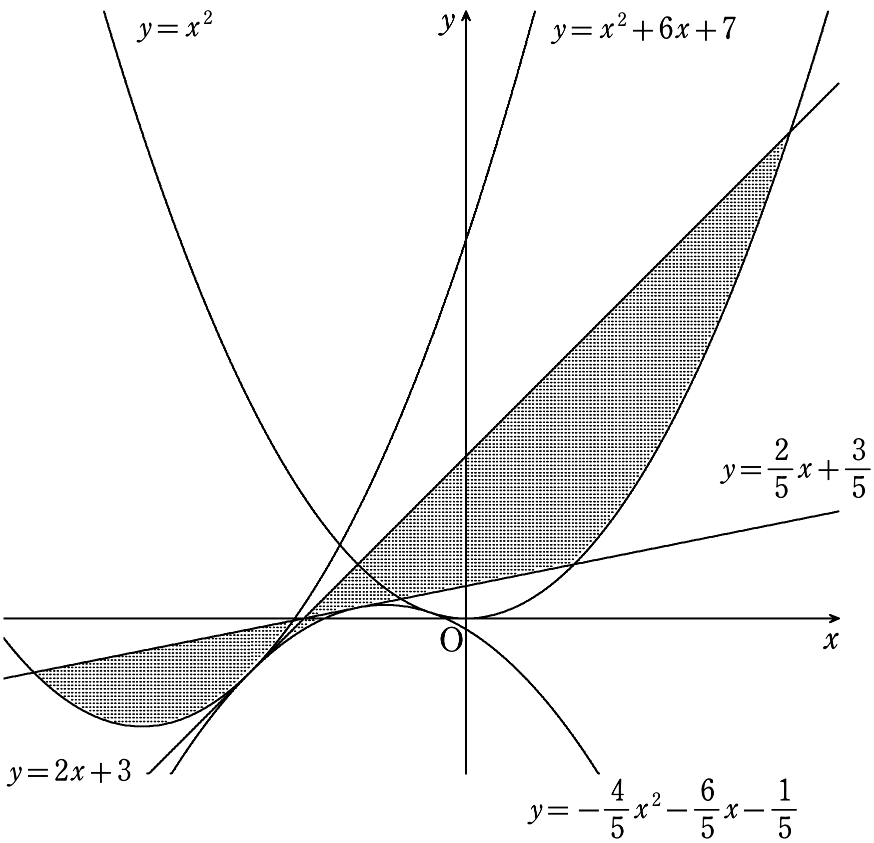
（端点）$f(1)=2x-5y+3 \geqq 0$　かつ　$f(3)=2x-y+3 \geqq 0$

より　$y \leqq \dfrac{2}{5}x+\dfrac{3}{5}$　かつ　$y \leqq 2x+3$　$\cdots$　⑤

次に、②をみたす t が1解だけ、$1 \leqq t \leqq 3$ にあるとき

$$f(1) \times f(3)=(2x-5y+3)(2x-y+3) \leqq 0 \quad \cdots \quad ⑥$$

さらに、点P は $y=x^2$（$1 \leqq x \leqq 3$）上にあり、点Qは $y=x^2+6x+7(-4 \leqq x \leqq -2)$ 上にあるので、線分PQの通過する範囲 D は下の斜線部分で境界を含む。



進学塾ビッグバン
BIG BANG

解答速報　数学

2016 年度　日本医科大学　一般入学試験

【　講　評　】

問題は例年通り大問 3 題で構成されている。分量・難易度ともに、例年よりやや易しくなっている。最も特筆すべき点は、日本医科大学では頻出である積分や極限に関する問題が出題されなかったことであろう。とはいえ、他の大学と比べても計算力を要する問題が多いので、少しの計算ミスでも致命傷になるだろう。

［Ⅰ］　小問集合（三角比・整数・二次曲線（双曲線））	難易度：　やや易
問 1 は標準的な問題であった。(1)～(3)は点 D からの垂線を引けば簡単に求められる。(4)は△PQR が直角三角形であることに気づければ計算が短縮できる。問 2 、問 3 は必ず正解したいところだ。	
［Ⅱ］　微分	難易度：　並
問 1 では、まず「$x-t+1$ 」を置換する。問 2 、問 3 は誘導に乗ることができれば、問題なく解くことができただろう。	
［Ⅲ］　通過領域	難易度：　やや難
問 2 では「解の配置」、「xを固定する」、「包絡線を浮上させる」、と様々な解法があるが、最も計算が楽になるのは包絡線による解法だろう。（ここでは、生徒が思いつきやすいであろう解法として、解の配置による解答を記載した。）	