進学塾ビッグバン BIG BANG

解答速報 数学

2015年度 昭和大学(Ⅰ期) 一般入学試験

$\boxed{1}$

(1) (1−1) $a<2$ (1−2) $a<4$ (2) (2−1) $\dfrac{3}{7}$ (2−2) 8

(3) $0\leqq x\leqq\dfrac{5}{12}\pi,\ \dfrac{23}{12}\pi\leqq x<2\pi$ (4) 78桁

$\boxed{2}$

(1) 41番目 (2) $\dfrac{(m+n-1)(m+n-2)}{2}+m$ 番目 (3) $(10,11)$

(4) 8085

$\boxed{3}$

(1) (1−1) 12 (1−2) $\dfrac{2}{7}\sqrt{6}$ (1−3) $\dfrac{5}{2}\sqrt{6}$

(2) $-\dfrac{16}{243}$ (3) $1+2\sqrt{5}$

(4) $y=\sqrt{2+|4x-2x^2|}$ について、

$$|4x-2x^2|=\begin{cases}4x-2x^2 & (0\leqq x\leqq 2)\\ -4x+2x^2 & (x\leqq 0,\ 2\leqq x)\end{cases}$$

であるから

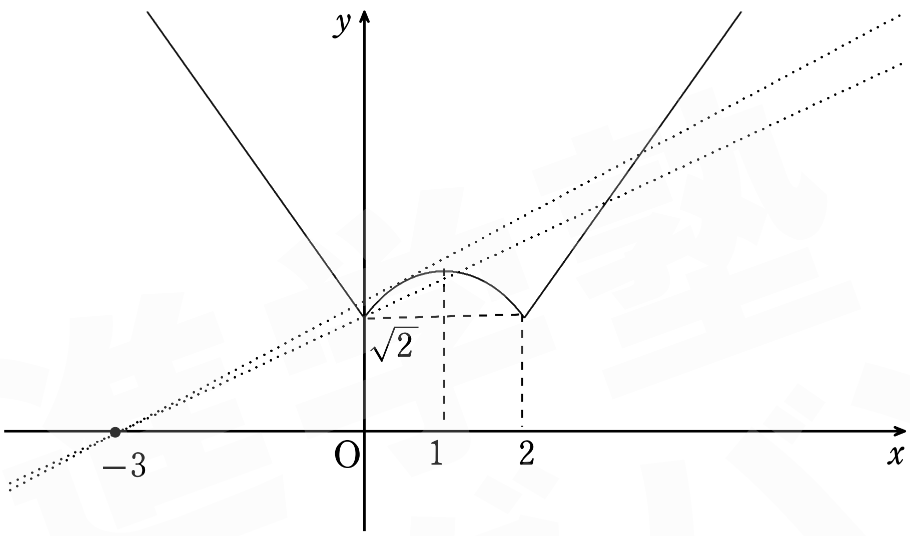
(i) $0\leqq x\leqq 2$ のとき

$$y=\sqrt{-2x^2+4x+2} \iff y^2=-2x^2+4x+2 \text{ かつ } y\geqq 0$$
$$\iff \frac{(x-1)^2}{2}+\frac{y^2}{4}=1 \text{ かつ } y\geqq 0$$

(ii) $x\leqq 0,\ 2\leqq x$ のとき

$$y=\sqrt{2x^2-4x+2} \iff y^2=2x^2-4x+2 \text{ かつ } y\geqq 0$$
$$\iff y^2=2(x-2)^2 \text{ かつ } y\geqq 0$$
$$\iff y=\pm\sqrt{2}(x-2) \text{ かつ } y\geqq 0$$

(ⅰ), (ⅱ) より、$y=\sqrt{2+|4x-2x^2|}$ のグラフは以下のようになる。



$0 \leqq x \leqq 2$ のもとで、$\dfrac{(x-1)^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}=1$ と $y=m(x+3)$ から、y を消去して

$$2(x-1)^2+m^2(x+3)^2=4$$

$$(m^2+2)x^2+(6m^2-4)x+9m^2-2=0 \quad \cdots \quad (*)$$

（＊）の判別式 D について

$$\frac{D}{4}=(3m^2-2)^2-(m^2+2)(9m^2-2)$$

$$=-28m^2+8$$

よって、$y=\sqrt{-2x^2+4x+2}$ と $y=m(x+3)$ のグラフが接するとき、

$\dfrac{D}{4}=0$　すなわち　$m^2=\dfrac{2}{7}$ でなければならない。

$y=m(x+3)$ が $(-3, 0)$ を通る直線なので、$0 \leqq x \leqq 2$ かつ $y \geqq 0$ のとき、$m>0$

したがって

$$m=\frac{\sqrt{14}}{7}$$

このとき、（＊）に代入すると、$(2x-1)^2=0$ から $x=\dfrac{1}{2}$ となり、$0 \leqq x \leqq 2$ をみたす。

次に、$y=m(x+3)$ が $(0, \sqrt{2})$ を通るとき、

$$\sqrt{2}=3m$$

$$\therefore \quad m=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

以上より、求める m の範囲は　$\dfrac{\sqrt{2}}{3}<m<\dfrac{\sqrt{14}}{7}$　(答)

$\boxed{4}$

(1)　(1−1)　$\dfrac{\pi}{4}$　(1−2)　$\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}\log 2$

(2)　$x-\pi=t$ とおくと、

$$x=t+\pi$$

このとき、

$$\text{左辺}=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{a+\cos(t+\pi)}-b}{t^2}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{a-\cos t}-b}{t^2}\quad\cdots\quad①$$

$t\to 0$ のとき、分母 $\to 0$ より、

$$\lim_{t\to 0}(\sqrt{a-\cos t}-b)=\sqrt{a-1}-b=0\qquad\text{すなわち}\quad b=\sqrt{a-1}\quad\cdots\quad②$$

が必要である。

②を①に代入すると、

$$\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{a-\cos t}-b}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{a-\cos t}-\sqrt{a-1}}{t^2}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{a-\cos t}-\sqrt{a-1}}{t^2}\times\frac{\sqrt{a-\cos t}+\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-\cos t}+\sqrt{a-1}}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{(a-\cos t)-(a-1)}{t^2(\sqrt{a-\cos t}+\sqrt{a-1})}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos t}{t^2(\sqrt{a-\cos t}+\sqrt{a-1})}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos t}{t^2}\times\frac{1}{\sqrt{a-\cos t}+\sqrt{a-1}}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2\sqrt{a-1}}=\frac{1}{4\sqrt{a-1}}\quad\text{(有限確定値)}$$

となり、十分である。

よって

$$\frac{1}{4\sqrt{a-1}}=\frac{1}{8}$$

$$\therefore\quad a=5$$

このとき、①に代入して

$$b=2$$

$$(a,b)=(5,2)\quad\text{(答)}$$

進学塾ビッグバン
BIG BANG

解答速報　数学

2015 年度　昭和大学(Ⅰ期)　一般入学試験

【　講　評　】

出題形式と分量は昨年度と同様であるが、難易度は昨年に比べてやや易化している。

全体的には取り組みやすい問題が多いが、それでも少し面倒な問題も２、３題あるので、どの問題から手を付けていくべきかが重要である。

また、結果のみを記す形式の問題に関しては計算ミスで取りこぼしのないように検算を心掛け、記述式の問題に関してはしっかりとした論証のもとで答案を作成したい。

$\boxed{1}$　小問集合（不等式・確率・三角関数・対数）	難易度：　やや易
全てが基本問題であるので１問も落とさないように確実に得点を取りたい。	
$\boxed{2}$　群数列	難易度：　やや易
（a，b）について和$a+b$が一定であるものを１つの群とみることができるかが分かれ目である。	
$\boxed{3}$　小問（ベクトル・二項定理・関数の最小値・直線と曲線の共有点）	難易度：　標準
（２）は符号に注意したい。（３）は「相加相乗平均の不等式」を採用できることに気づきたい。（４）は様々な解答が考えられるが、より時間の短縮できる解法を選びたい。（mの完全分離は避けたい）	
$\boxed{4}$　小問（積分・極限値・確実値と未定係数）	難易度：　やや易
（１）は基本的な積分計算、区分求積法の問題である。 （２）の確定値の問題は記述式の問題なので答案の書き方（必要条件、十分条件、必要十分条件のいずれであるかなど）に気をつけたい。	