進学塾ビッグバン
BIG BANG

解答速報 数学

2016年度 杏林大学 一般入学試験

I

(1) ア 6　イ 7

(2) ウエ 45　オカ 80　キク 36

(3) ケ 7　コサ 37　シスセ 199　ソタチ 128　ツテ 95　ト 1　ナ 2　ニ 3　ヌ 4

II

(a) ア 2　イウ 17　エオ 11　カキ 21　クケコ 289

(b) サ 0　シ 2　ス 5　セ 2　ソタ 17　チ 4

(c) ツ 1　テ 2　ト 3　ナ 5　ニヌ 67　ネノ 86

III

(1) ア ①　イ ②　ウ ⑤

(2) エ 3　オ 2　カ 2　キ 1　ク 2　ケ 2　コ 2　サ 2　シ −　ス 2

(3) セ 5　ソ 5　タ 4　チ 5　ツ 5　テ 1　ト 5

IV

(a) ア 3　イ 2　ウ 5　エ 2　オカ −5　キ 3

(b) クケ −5　コ 9　サ 2

(c) シ 1　ス 3　セソ 64　タチ 81　ツ ⑤　テト −1　ナ 9

Ⅲ　解答・解説

（1）$z=x+iy$ とおく。

（a）$|z+1|=|z-1-2i| \Leftrightarrow |(x+1)+iy|=|(x-1)+i(y-2)|$

両辺二乗して整理すると、$x+y=1$　　よって、直線。

（b）$|z|=2|z-2| \Leftrightarrow |x+iy|=2|(x-2)+iy|$

同様に計算して、$x^2+y^2-\frac{16x}{3}+\frac{16}{3}=0$　　よって、円。

（c）$|z|+\frac{1}{2}(z+\bar{z})=1 \Leftrightarrow |x+iy|=1-x \geq 1$　より　$x \leq 1$

同様に計算して、$x=\frac{1-y^2}{2}$　（これは$x \leq 1$ を満たす）　　よって、放物線。

（2）$|z|=\sqrt{k}|z-2|$ は複素数平面上の二点$z=0, z=2$ を$\sqrt{k}:1$ に内分する点 P と、$\sqrt{k}:1$に外分する点 Q を直径の両端とする円である。この円の中心を O'、半径をr とし、点 P,Q,O'を表す複素数をそれぞれz_P, z_Q, z'_O とすると、$z_P=\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1}, z_Q=\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{k}-1}, z'_O=\frac{2k}{k-1}, r=\left|\frac{2\sqrt{k}}{k-1}\right|$ であり、点 O'と$|z+1|=|z-1-2i|$ が表す直線の距離をd とすると、$d=\left|\frac{k+1}{\sqrt{2}(k-1)}\right|$ であり、円が直線に接するので、$d=r \Leftrightarrow k=3\pm 2\sqrt{2}$

また、$k=3+2\sqrt{2}$ のとき、O'は直線に対して上側にあるので、$\alpha=z'_O+r(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

で、$k=3-2\sqrt{2}$ のとき、O'は直線に対して下側にあるので、$\beta=z'_O+r\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

よって、$\alpha\bar{\beta}=-\sqrt{2}i$

（3）$\tan\theta=2$ かつ$0<\theta<\pi$ を満たすとき、$\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$ である。

$w=c(\cos\theta+i\sin\theta)(c>0)$ より、$\gamma_1=w\gamma_0$ に対して、$B(\gamma_1)$は$A(\gamma_0)$を原点まわりにθ回転させ、$OB=cOA=2c$ となる。

$OB \perp OA$ のとき、$\frac{OB}{OA}=\cos\theta$ より、$\frac{2c}{2}=\frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow c=\frac{\sqrt{5}}{5}$

また、$\frac{AB}{OA}=\sin\theta$ より、$AB=2\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

さらに、$\sum_{n=1}^{\infty}|\gamma_n-\gamma_{n-1}|=\sum_{n=1}^{\infty}|w^{n-1}(w\gamma_0-\gamma_0)|=|\gamma_1-\gamma_0|\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}=\frac{4\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=1+\sqrt{5}$

進学塾ビッグバン
BIG BANG

解答速報 数学

2016年度　杏林大学　一般入学試験

【　講　評　】

全体としての難易度は例年通りであった。
新課程の複素数平面が出題されたので、この問題を解くことができればアドバンテージとなるだろう。
６０分という時間枠を考えると、計算が煩雑であるので、工夫して処理を行いたいところだ。

Ⅰ　整数、式と計算、数列	難易度：　並
（１）、（２）は教科書レベル。（３）は群数列の知識があれば標準的だろう。	
Ⅱ　指数関数・二次関数、解配置	難易度：　やや難
扱っている内容は基本的なものである。(a) は指数の置換に、(ｂ) は定義域に気を付ける。(ｃ) は解の対応を正確に把握できるかが鍵となるだろう。	
Ⅲ　複素数平面、無限級数	難易度：　並
（１）、（２）は複素数による円や直線の表現を用いた、図形的な内容がメインであった。（３）は回転移動と拡大縮小を分けて考えると良いだろう。	
Ⅳ　三次関数と積分	難易度：　易
未知数が多く、戸惑った受験生もいるだろうが、本質は平易な問題である。部分積分などを使って、すばやく計算を行うのもポイントである。	